Distribuição generalizada de valores extremos: um estudo aplicado à precipitação e temperatura máxima na cidade de Porto Alegre - RS

Vinicius Silva Begnami [1] Paulo César Emiliano [2] Lucas Pereira Belo [2]

[1]Universidade Federal de Viçosa, e-mail: vinicius.begnami@ufv.br [2]Universidade Federal de Viçosa, e-mail: paulo.emiliano@ufv.br, e-mail: lucas.p.belo@ufv.br

Introdução

A teoria de valores extremos tem se desenvolvido nos últimos anos, muito por conta do avanço da tecnologia, permitindo coleta e processamento dos dados (Vuckovic; Schmidt, 2023). Segundo o IPCC (2023), houve um aumento de eventos extremos, como secas, precipitação, temperatura, ventos, entre outros. Esses fenômenos representam um risco crescente para infraestrutura urbana e a segurança da população.

A cidade de Porto Alegre é a capital do estado do Rio Grande do Sul e situa-se na Latitude 30°01′58″ S e Longitude 51°13′48″ O. Está situada em uma altitude de 10 metros e possui precipitação bem distribuída ao longo do ano, com temperatura média anual de aproximadamente 19°C. Sua economia é diversificada, embora o setor de serviços (saúde, tecnologia, turismo e educação) seja responsável pela maior parte do PIB da capital (Prefeitura de Porto Alegre, 2024).

A teoria de valores extremos tem como objetivo modelar o comportamento assintóticos de valores extremos normalizados provenientes de variáveis aleatórias independente e identicamente distribuídas. Fisher e Tippet (1938) e Gnedenko (1943), demonstraram, de forma independente, que a distribuição de valores extremos pertencem a uma das famílias de distribuição: Gumbel, Fréchet ou Weibull. Anos mais tarde, na década de 1955, Jenkinson, unificou as três famílias em uma única distribuição conhecida como distribuição generalizada de valor extremo (Coles, 2001).

O presente trabalho visa modelar dados de precipitação e temperatura máxima da cidade Porto Alegre por meio da distribuição generalizada de valor extremo. O período de estudo compreende de 1961 à 2024, totalizando 64 anos de observação. Estimativas do nível de retorno foram obtidas a curto, médio e longo prazo.

Metodologia

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos no Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP). As observações são referentes à precipitação (em mm) e temperatura (em $^\circ C$) diária entre 01/01/1961 e 31/12/2024 da cidade de Porto Alegre. O método de *block maxima* foi utilizado para selecionar os máximos anuais de cada variável. Dessa forma, um novo *dataset* foi gerado com 64 observações máximas anuais para temperatura e para precipitação.

A Distribuição Generalizada de Valor Extremo (GEV) foi proposta por Jenkinson (1995) e sua função densidade de probabilidade é apresentada em (1).

$$f(x|\xi,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma}\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\}_{+} \quad (1)$$

onde, (ξ,μ,σ) representam os parâmetros de forma, posição e escala, respectivamente, com $\xi \in \mathbb{R}^*$, $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma \in \mathbb{R}_+^*$ e $a_+ = max(0,a)$.

A GEV combina três tipos de distribuições de valores extremos, a depender dos valores do parâmetro de forma. Se $\xi < 0$, temos a distribuição de Weibull (tipo III), se $\xi \to 0$, temos a distribuição Gumbel (Tipo I), e por fim, se $\xi > 0$, obtemos a distribuição Fréchet (Tipo II) (Coles, 2001).

O método de estimação dos parâmetros abordado neste estudo é o método da verossimilhança, podendo também utilizar outros métodos, tais como, métodos dos momentos, método da regressão e método L-momentos (Mendes, 2024). A função de máxima verossimilhança e expressa por (2).

$$\ell(\mu,\sigma,\xi;x) = -n\ln\sigma - (1/\xi+1)\sum_{i=1}^{n}\ln\left[1+\xi\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)\right]_{+} - \sum_{i=1}^{n}\left[1+\xi\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)\right]_{+}^{-1/\xi} \quad (2)$$

Devido a não linearidade da função, métodos numéricos são empregados para obter uma aproximação para as estimativas dos parâmetros, como pro exemplo, o método de Newton-Raphson ou o método BFGS.

No geral, o objetivo não está nas estimativas dos parâmetros, e sim no nível de retorno (3) calculado com base nas estimativas. O nível de retorno $\hat{z}_r$, é o quantil da GEV que espera-se ser excedido, em média, uma vez a cada r anos.

$$\hat{z}_r = \begin{cases} \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[1-\{-\log(1-r)\}^{-\hat{\xi}}\right], & \hat{\xi} \neq 0 \\ \hat{\mu} - \hat{\sigma}\log\{-\log(1-r)\}, & \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Os erros padrão para os níveis de retorno podem serem obtidos pelo método delta. No entanto, seu uso no cálculo de intervalo de confiança padrão pode não ter sentido prático, devido a assimetria presente na superfície de verossimilhança. Nesse sentido, uma alternativa mais precisa é o uso da verossimilhança perfilada (4). Esta metodologia fixa um valor paramétrico e maximiza a log-verossimilhança de todos os outros componentes.

$$\ell_p(\boldsymbol{\theta}_j) = \max_{\boldsymbol{\theta}_{-j}} \{\ell(\boldsymbol{\theta}_j, \boldsymbol{\theta}_{-j})\} \quad (4)$$

Algumas pressupposições, como por exemplo, aleatoriedade, independência, estacionariedade e aderência dos dados observados foram testados. Os testes estatísticos utilizados foram, respectivamente, teste da sequência (*runs test*), Ljung-Box, Dickey-Fuller e Kolmogorov-Smirnov.

Resultados e discussões

Table 1. valor$-p$ para os testes de aleatoriedade, independência, aderência e estacionariedade, respectivamente.

	Teste de sequência	Ljung-Box	Kolmogorov-Smirnov	Teste de raiz unitária
Prec	0.8000	0.4708	0.9743	0, 0100
Temp	0.3134	0.4156	0.9695	0, 0100

Table 2. Estimativa de parâmetros de localização, escala e forma, respectivamente, e erros padrão.

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
Prec	70.86 (2.54)	18.26 (1.80)	−0.03 (0.08)
Temp	37.26 (0.17)	1.21 (0.12)	−0.24 (0.10)

Table 3. Precipitação: Níveis de retorno estimados, com respectivos erros padrão e intervalo de confiança.

	Nível de retorno			
	$\hat{z_{10}}$	$\hat{z_{25}}$	$\hat{z_{50}}$	$\hat{z_{100}}$
EMV (SE)	110.3 (2.78)	125.9 (7.85)	137.2 (10.62)	148.1 (13.99)
IC	(102.63 , 123.70)	(114.29 , 149.52)	(124.21 , 171.24)	(131.57 , 195.72)

Legenda: Estimador de máxima verossimilhança (EMV), erros padrão (SE), intervalo de confiança (IC).

Table 4. Temperatura: Níveis de retorno estimados, com respectivos erros padrão e intervalo de confiança.

	Nível de retorno			
	$\hat{z_{10}}$	$\hat{z_{25}}$	$\hat{z_{50}}$	$\hat{z_{100}}$
EMV (SE)	39.3 (0.21)	39.9 (0.28)	40.3 (0.36)	40.6 (0.46)
IC	(39.21 , 39.73)	(39.73 , 40.88)	(39.86 , 41.63)	(40.26 , 42.36)

Legenda: Estimador de máxima verossimilhança (EMV), erro padrão (SE), intervalo de confiança (IC).

A tabela (3) e (4) apresentam os níveis de retorno de cada variável para os anos de 10, 25, 50 e 100 anos. Observe que com o passar dos anos, o erro padrão e a amplitude do intervalo de confiança aumenta. Isso se deve aos poucos dados presentes no estudo de valores extremos anuais (Costa et al., 2024).

Conclusões

Os resultados mostram que é esperado um aumento no volume de precipitação ao longo dos anos. Já a temperatura, se estabiliza em torno de $39^\circ C$ a $40^\circ C$. Essas estimativas são fundamentais para compreender os riscos associados aos eventos climáticos extremos e para orientar decisões sobre o planejamento, gestão de recursos hídricos, infraestrutura urbana e outros setores sensíveis a eventos extremos.

Referências

COLES, Stuart. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer-Verlag, 2001. 209 p.

COSTA, V., et al. Assessing theunexpectedness of a very large observed rainfall event in the metropolitan region of BeloHorizonte, Brazil.**Natural Hazards**, v. 120, n. 4, p. 3979-3994, 2024.

IPCC (Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas). **Relatório Síntese do Sexto Relatório de Avaliação (AR6): Mudança Climática 2023.** Genebra: IPCC, 2023.

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA. **Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa - BDMEP**. Disponível em: <https://bdmep.inmet.gov.br/>. Acesso em: 10/08/2025.

JENKINSON, A, F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal meteorological society**, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955.

MENDES, Beatriz Vaz de Melo. **Introdução à Análise de Eventos Extremos**. Editora E-papers, 2004.

Prefeitura de Porto Alegre. **Boletim Desenvolvepoa: Empresas, Ocupação e Renda**. Porto Alegre, 2024.

VUCKOVIC, M.; SCHMIDT, J. On the Importance of Data Quality Assessment of Crowdsourced Meteorological Data. **Sustainability**, v. 15, n. 8, p. 6941, 2023.

Agradecimentos/Financiamento

Os autores agradecem as instituições de fomento, Capes e Fapemig bem como ao Centro de ciências exatas e ao departamento de estatística da universidade federal de Viçosa.