

Precipitação máxima esperada na cidade de Lavras-MG via distribuição generalizada de valores extremos

Lucas Pereira Belo ¹ Jonas Firmiano da Silva ¹

¹Universidade Federal de Viçosa - lucas.p.belo@ufv.br

¹Universidade Federal de Viçosa - rodrigo.c.nunes@ufv.br

Introdução

Com as crescentes evidências de que as mudanças climáticas induzidas por atividades humanas intensificam extremos meteorológicos e climáticos globalmente, resultando em impactos adversos generalizados, a vulnerabilidade de grandes áreas urbanas requer atenção especial. Neste contexto, a teoria de valores extremos, fundamentada no teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko, torna-se essencial. Este teorema estabelece que a distribuição do máximo de variáveis aleatórias converge para uma das três distribuições limites (Gumbel, Fréchet e Weibull). A Distribuição Generalizada dos Valores Extremos (GEV) unifica essas três formas por meio de um parâmetro de forma, permitindo modelar diferentes comportamentos extremos. Dada a relevância deste tema este estudo tem como propósito modelar os dados de precipitação máxima anual da cidade de Lavras, abrangendo o período de 1961 a 2025, por meio da distribuição GEV, e estimar os níveis de precipitação associados a períodos de retorno de 10, 25, 50 e 100 anos.

Metodologia

A GEV foi originalmente proposta por Von Mises (1936) e Jenkinson (1955). Sua função de distribuição acumulada é dada por:

- Para $\xi \neq 0$:

$$G(x; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]_+^{-1/\xi} \right\};$$

- Para $\xi = 0$:

$$G(x; \mu, \sigma) = \exp \left\{ - \exp \left(- \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\}.$$

em que μ , σ , ξ são os parâmetros de localização, escala e forma respectivamente.

Os dados utilizados neste estudo foram extraídos do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) do Instituto Nacional de Meteorologia INMET (2025) o período observado foi de 1961 a 2025. Os dados foram agrupados em blocos de 365 dias para anos comuns e 366 em anos bissextos. Dentro de cada bloco, selecionou-se a maior observação resultando em um conjunto de dados com 65 observações de máximas anuais. Roslan *et al.* (2020) consideram que o número mínimo de observações deve ser 50 isso garante a normalidade assintótica dos estimadores de máxima verossimilhança, tornando as estimativas dos níveis de retorno mais confiáveis.

Tabela 1: Maiores precipitações diárias por ano, de 1961 a 2025 (em mm).

98,7	79,7	46,6	85,4	70,0	75,6	68,0	76,8	66,0	107,2	148,4	108,0	53,4
95,0	72,4	54,8	63,6	88,6	91,2	102,0	50,6	88,6	118,0	74,0	118,6	165,8
63,0	63,0	85,6	52,0	110,6	134,8	50,0	95,0	50,4	80,0	53,4	63,6	90,2
86,8	83,0	60,8	58,1	77,4	47,2	85,4	58,0	89,3	60,0	52,0	75,8	155,8
90,6	73,0	52,8	76,2	65,6	90,0	64,6	116,8	90,6	59,0	101,4	73,8	87,4

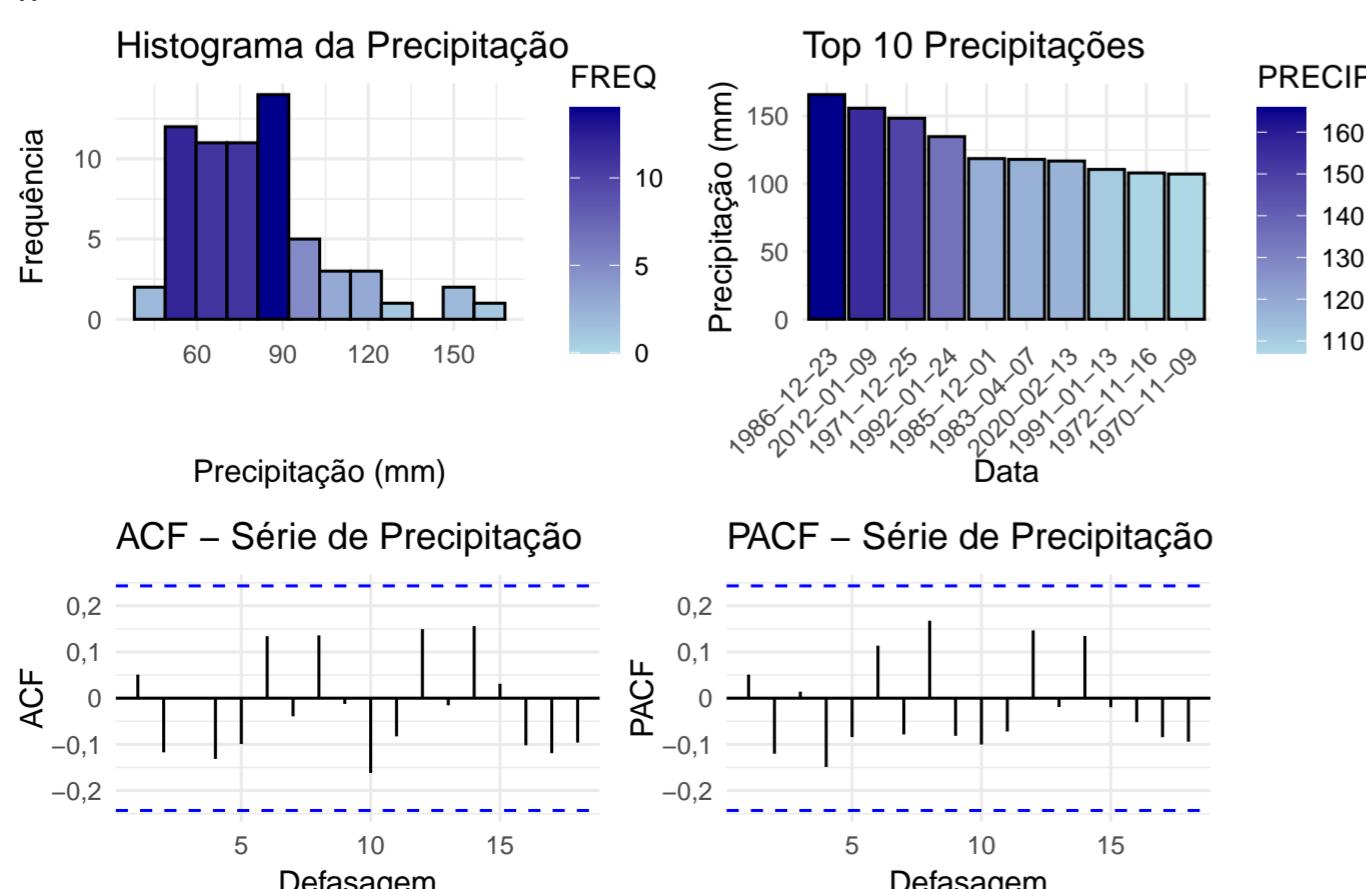
A partir dessas observações, estimaram-se os parâmetros da distribuição de valores extremos por meio do método da máxima verossimilhança. Com base nos parâmetros estimados, foram estimados os níveis de precipitação correspondentes aos períodos de retorno de 10, 25, 50 e 100 anos.

Os gráficos da Função de Autocorrelação (ACF) e Função de Autocorrelação Parcial (PACF), juntamente com o teste de Ljung-Box (1978), foram empregados para verificar a presença de autocorrelação nos dados. A existência de tendência determinística e/ou estocástica foi avaliada por meio do teste de Dickey-Fuller (1979). Utilizou-se o teste de sequência para verificar a aleatoriedade da série. Para avaliação da aderência dos dados à distribuição teórica, aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov (1933). Por fim, confrontou-se as estimativas de retorno obtidas com os resultados encontrados por Beijo *et al.*, (2005).

Resultados e discussões

A Figura 1 apresenta um histograma das precipitações máximas diárias, as 10 maiores precipitações bem como gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial.

Figura 1: Análise descritiva.



Rodrigo da Cruz Nunes ¹ Paulo César Emiliano ²

¹Universidade Federal de Viçosa - rodrigo.c.nunes@ufv.br

²Universidade Federal de Viçosa - paulo.emiliano@ufv.br

Considerando $\alpha = 5\%$ o teste de sequências não rejeitou a hipótese de nulidade na qual a sequência de dados é aleatória, com valor- $p = 0,061$; o teste Ljung-Box, não rejeitou a hipótese nula de independência dos dados, valor- $p = 0,674$ corroborando com os gráficos ACF e PACF da Figura 1; o teste de Dickey Fuller rejeitou a hipótese nula de existência de raiz unitária, valor- $p = 0,010$ indicando que a série é estacionária.

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros de locação, escala e forma, com respectivos erros padrão.

$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
68,7578 (2,6719)	18,2955 (2,0695)	0,1071 (0,1209)

A Figura 2 apresenta os gráficos de probabilidade, Q-Q plot e histograma, que corroboram os resultados obtidos pelo teste. A maioria dos pontos empíricos está próxima ou dentro da banda de confiança, o que indica a validade do modelo para estimar níveis de retorno.

Figura 2: Adequação do modelo.

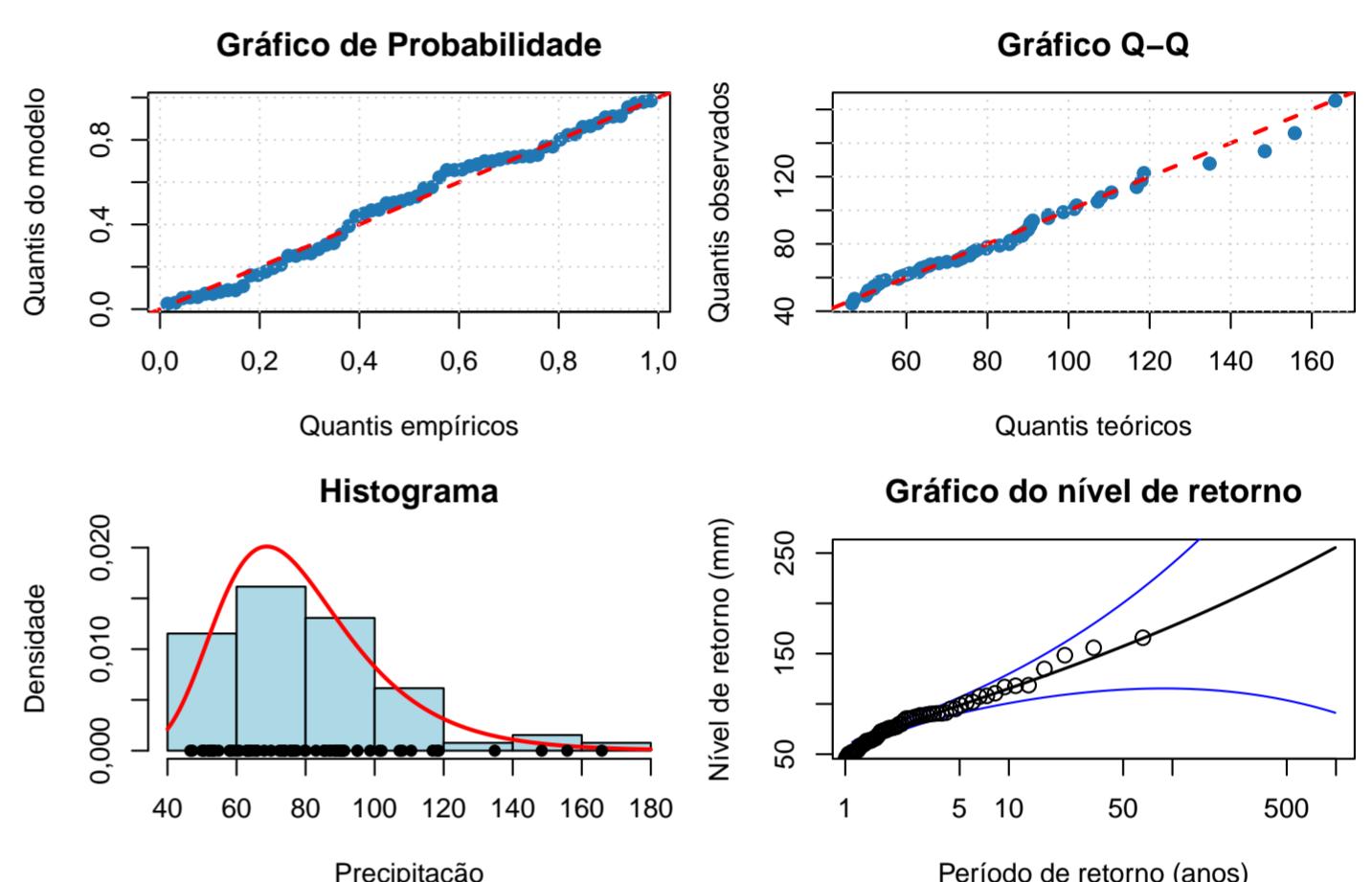


Tabela 3: Níveis de retornos estimados, com respectivos erros padrão e intervalos de confiança.

\hat{z}_{10}	\hat{z}_{25}	\hat{z}_{50}	\hat{z}_{100}
EMV 115,323	138,546	157,358	177,483
IC (103,628; 137,334)	(120,018; 186,429)	(131,600; 236,715)	(142,563; 302,312)

Estimador de máxima verossimilhança (EMV), Intervalo de confiança (IC).

A Tabela 3 indica que, em média, espera-se um nível de precipitação máxima anual de 115,323 mm a cada 10 anos. Para os períodos de retorno de 25 e 50 anos, os níveis estimados são de 138,546 mm e 157,358 mm, respectivamente. Já para um retorno de 100 anos, o nível esperado é de 177,483 mm.

Conclusões

Os dados de precipitação diária máxima, agrupados anualmente, ajustaram-se adequadamente à distribuição de Gumbel, corroborando com os resultados encontrados por Beijo *et al.* (2005). Observa-se, por exemplo, que, segundo o modelo ajustado, um evento extremo como o registrado em 23 de dezembro de 1986, com 165,8 mm em uma hora, apresenta um tempo de retorno estimado em aproximadamente 25 anos, considerando o intervalo de confiança. No entanto, é importante destacar que essas estimativas podem estar subestimadas em função dos efeitos das mudanças climáticas, conforme discutido por Beijo *et al.* (2005).

Referências

- BEIJO, L. A.; MUNIZ, J. A.; NETO, P. C. Tempo de retorno das precipitações máximas em lavras (mg) pela distribuição de valores extremos do tipo i. *Ciência e agrotecnologia*, Scielo Brasil, v. 29, p. 657-667, 2005.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis, v. 74, n. 366, p. 427-431, 1979.
- INMET, INSTITUTO NACIONAL DE METEORELOGIA. Banco de dados históricos. 2025. Acesso em: 10 jun. 2025. Disponível em: <<https://bdmep.inmet.gov.br/>>.
- JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal meteorological society*, Wiley, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955.
- KOLMOGOROV, A. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* [Foundations of the Theory of Probability]. 2. ed. Berlin: Springer, 1933. 62 p.
- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, Oxford University Press, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978.
- MISES, R. V. La distribution de la plus grande de n valeurs. *Rev. Math. Union Interbalcanique*, v. 1, p. 141-160, 1936.
- ROSLAN, R.; NA, C. S.; GABDA, D. Parameter estimations of the generalized extreme value distributions for small sample size. *Mathematics and Statistics*, v. 8, n. 2, p. 47-51, 2020.

Agradecimentos/Financiamento